

# Rekurzivní delta identifikace mnoharozměrového systému

Radek Dokoupil, Petr Dostál

## Abstrakt

Příspěvek rozebírá postup při sestavení algoritmu pro rekurzivní identifikaci parametrů externího delta modelu mnoha-rozměrového systému pomocí tří metod. Těmito metodami jsou selektivní vážení dat, exponenciální zapomínání dat a směrové zapomínání dat za využití ARX modelu. Součástí příspěvku jsou rovněž funkční algoritmy testované v prostředí MATLAB. V konečné fázi jsou metody vzájemně porovnány na modelu tří spojených zásobníků DTS200 při ideálních i reálných podmínkách.

**Klíčové slova:**  $\delta$ -model, rekurzivní identifikace, MIMO systém, ARX model

## Úvod

Celá řada technologických procesů, jakými jsou kapalinové zásobníky, destilační kolona, chemický a biochemický reaktor, vyžaduje nezávisle řídit více výstupních veličin. V tomto případě je třeba mít k dispozici větší počet veličin akčních. Procesy s minimálně jedním výstupem a více než jedním vstupem nazýváme mnoharozměrové (MIMO - multi input-multi output). Větší část technologických procesů navíc vykazuje nelineární vlastnosti. Tato skutečnost může způsobit potíže pokud takovýto řízený proces využívá obvyklých regulátorů s pevně danými parametry.

Jeden ze způsobů jak se vypořádat s tímto problémem je použití adaptivního řízení založeného na volbě vhodného spojitého externího lineárního modelu (ELM) s rekurzivním odhadem parametrů. Tyto odhady parametrů se následně použijí k aktualizaci parametrů pro regulátor. Je tedy zřejmé, že základním předpokladem pro kvalitní řízení je správný odhad parametrů ELM řízeného procesu.

Pro identifikaci spojitého ELM mohou být použity dva základní přístupy. První metoda je založena na filtraci vstupních a výstupních signálů. Derivace filtrovaných signálů, které jsou nezbytné pro odhad parametrů CT ELM, jsou získány z diferenciálních filtrů. Tato metoda má však jisté nevýhody, jakou je např. nutnost vyřešit případné diferenciální rovnice vyjadřující filtry a odhadnout časové konstanty těchto filtrů.

Druhá metoda využívá externí  $\delta$ -model řízeného procesu, který má podobnou strukturou jako CT model. Základy  $\delta$ -modelů jsou popsány v [1], [4]. Ačkoliv  $\delta$ -modely řadíme k diskretním modelům, tak jsou schopné pracovat s mnohem menší periodou vzorkování než je tomu u diskretních z-modelů. Parametry  $\delta$ -modelu mohou být odhadnuty rovnou z navzorkovaných signálů bez nutnosti jejich filtrace. Kromě toho může být lehce ověřeno, že tyto parametry konvergují k CT modelu pro dostatečně malé periody vzorkování (v porovnání s dynamikou řízeného procesu). Kompletní popis a experimentální ověření můžete najít v [8].

Článek se zabývá základními principy rekurzivní identifikace parametrů externího delta modelu MIMO systému. Podrobně se zaměří na metody: selektivní vážení dat, exponenciální zapomínání dat a směrové zapomínání dat. Pro tyto tři metody jsou odvozeny náležitě algoritmy a simulovány v programovém prostředí MATLAB – Simulink. Jejich vzájem-

né porovnání je provedeno za různých počátečních podmínek na nelineárním MIMO procesu, reprezentovaného sérií tří zásobníků na kapalinu DTS200 i jeho matematickým modelem.

## 1. Delta operátor

Je zaveden  $\delta$  operátor vztahem

$$\delta = \frac{q-1}{T_0} \quad (1)$$

kde  $T_0$  je perioda vzorkování a  $q$  operátor posuvu definovaný vztahem

$$qy(k) = y(k+1) \quad (2)$$

kde  $y(k)$  je výstupní veličina pro daný krok měření. Z definice operátoru posuvu je zřejmé, že platí vztah

$$\delta y(k) = \frac{y(k+1) - y(k)}{T_0} \quad (3)$$

Ze vztahu (3) je patrné, že pro  $T_0 \rightarrow 0$   $\delta$  operátor aproximuje derivaci a tedy

$$\lim_{T_0 \rightarrow 0} \delta = \frac{dy(t)}{dt} \quad (4)$$

Aproximace se zlepšuje, pokud se perioda vzorkování blíží nule.

Vezměme nyní v úvahu vztah pro definici delta operátoru (1) a definujme novou komplexní proměnnou  $\gamma$  asociovanou s  $\delta$  podle vztahu

$$\gamma = \frac{z-1}{T_0} \quad (5)$$

Dá se dokázat že platí následující definiční vztah mezi komplexně proměnnými  $\gamma$  a  $z$

$$\gamma = \frac{z-1}{\alpha T_0 + (1-\alpha)T_0} \quad (6)$$

pro  $0 \leq \alpha \leq 1$

Jednoduchým dosazením za  $\alpha$  dostaneme nekonečné množství nových modelů, označovaných delta modely. V praxi nejnámější a nepoužívanější jsou:

Dopředný  $\delta$ - model pro  $\alpha = 0$

$$\gamma = \frac{z-1}{T_0} \quad (7)$$

Zpětný  $\delta$ - model pro  $\alpha = 1$

$$\gamma = \frac{1-z^{-1}}{T_0} \quad (8)$$

Tustinův  $\delta$ - model pro  $\alpha = 0,5$

$$\gamma = \frac{2}{T_0} \cdot \frac{z-1}{z+1} \quad (9)$$

Pro signály v delta oblasti platí vztahy odvozené [2]

$$\delta^i y(k) = y_s(k-n+i) = \sum_{j=0}^i \frac{(-1)^j}{T_0^j} \binom{i}{j} y_x(k-n+i-j) \quad (10)$$

pro  $i = 0, 1, \dots, n$

$$\delta^l u(k) = u_s(k-n+l) = \sum_{j=0}^l \frac{(-1)^j}{T_0^j} \binom{l}{j} u_x(k-n+l-j) \quad (11)$$

pro  $l = 0, 1, \dots, m$ , kde  $k$  je krok v periodě vzorkování,  $n$  a  $m$  jsou stupně polynomů příslušné rovnice a současně  $n \geq m$ . Vztahy lze dle potřeby odvodit i pro jiné vektory signálů.

## 2. Delta MIMO systém

Obecný spojité externí lineární mnoha-rozměrový model [2] je v časové oblasti definován vektorovou diferenciální rovnicí.

$$\mathbf{A}(\sigma)\mathbf{y}(t) = \mathbf{B}(\sigma)\mathbf{u}(t) \quad (12)$$

kde  $\sigma = d/dt$  je operátor derivování,  $\mathbf{y} \in \mathfrak{R}^n$  je vektor řízených výstupů,  $\mathbf{u} \in \mathfrak{R}^m$  je vektor řídicích signálů a  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  jsou polynomiální matice v  $\sigma$ . Užitím laplaceovy transformace za počátečních nulových podmínek je model v  $s$ -oblasti popsán jako

$$\mathbf{Y}(s) = \mathbf{G}(s)\mathbf{U}(s) \quad (13)$$

Zde uvedená přenosová funkce řízeného systému je předpokládána ve tvaru levého polynomiálního maticového zlomku

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{A}^{-1}(s)\mathbf{B}(s) \quad (14)$$

kde  $\mathbf{A}(s) \in \mathfrak{R}^{nn}[s]$  a  $\mathbf{B}(s) \in \mathfrak{R}^{nm}[s]$  jsou polynomiální matice. Mimo to  $\mathbf{G}(s)$  je uvažován jako striktně ryzí.

Odpovídající  $\delta$  model k (12) je pak ve tvaru

$$\mathbf{A}'(\delta)\mathbf{y}(k) = \mathbf{B}'(\delta)\mathbf{u}(k) \quad (15)$$

kde  $k$  je diskretní čas a  $\mathbf{A}'$ ,  $\mathbf{B}'$  jsou matice s identickou strukturou jako struktura matic  $\mathbf{A}$  a  $\mathbf{B}$ .

## 3. MIMO rekurzivní delta identifikace MNC

Identifikace pro adaptivní řízení má svá jistá specifika uvedená [3], která vedou k tomu, že se v převážné míře odhadují parametry regresního modelu (ARX) a používá se me-

toda nejmenších čtverců. Zabýváme-li se tedy identifikací soustavy, je zapotřebí připravit vhodný ARX model pro identifikační experiment a vybrat nevhodnější vstupní budící signál, jako kompromis mezi teoreticky optimálním vybuzením a tím co lze aplikovat z hlediska praxe.

Při odvození teorie rekurzivní delta identifikace MIMO systému metodou nejmenších čtverců bude předpokládáno, že každý řízený výstupní signál  $y_\delta(k)$  z MIMO systému lze považovat za výstupní signál samostatného subsystému. Pak je možné MIMO systém s  $n$  řízenými výstupy rozložit na  $n$  subsystémů s právě jedním řízeným výstupem. Za těchto podmínek následná identifikace MIMO systému vychází ze stejných vztahů použitých pro delta identifikaci jedno-rozměrových systémů a každý subsystém je nutné identifikovat samostatně. Následně všechny identifikované parametry jednotlivých subsystémů budou současně parametry celého systému.

Je předpokládán regresní diskretní model ARX ve vektorovém tvaru

$$y_\delta(k) = \Theta_\delta^T(k)\Phi_\delta(k-1) + e_s(k) \quad (16)$$

kde  $y_\delta(k)$  je výstupní veličina modelu ARX,  $\Theta_\delta$  vektor parametrů,  $\Phi_\delta$  vektor dat,  $e_s$  chyba – rozdíl naměřených a vypočtených hodnot,  $k$  krok měření.

Pro názornost je dána obecná jedno-rozměrová soustava druhého řádu,

$$G(s) = \frac{b_1s + b_0}{a_2s^2 + a_1s + a_0} \quad (17)$$

kteřá poslouží k názorné ilustraci problematiky identifikace a kde  $a_2=1$ . Pro systémy vyšších řádů je situace podobná, pouze se pracuje s delta diferencemi vyšších řádů a to na levé i pravé straně. Na základě vztahů (10) (11) (15) a (17) je vektor parametrů roven

$$\Theta_\delta^T(k) = (a'_1; a'_0; b'_1; b'_0) \quad (18)$$

a vektor dat pro druhý řád, tzv. regresor, je

$$\Phi_\delta^T(k-1) = \begin{pmatrix} -y_\delta(k-1); -y_\delta(k-2); \\ u_\delta(k-1); u_\delta(k-2) \end{pmatrix} \quad (19)$$

kde  $T_0$  je perioda vzorkování,  $a'_1; a'_0; b'_1; b'_0$  jsou hledané parametry delta soustavy,  $u_\delta(k)$  a  $y_\delta(k)$  vstupní a výstupní delta veličiny pro daný krok měření.

Cílem metody je minimalizovat kritérium

$$J = \sum_{k=1}^N [y_\delta(k) - \Theta_\delta^T(k)\Phi_\delta(k-1)]^2 \quad (20)$$

tj. součet odchylek mezi skutečnou pozorovanou hodnotou  $y_\delta(k)$  a hodnotou predikovanou modelem s parametry  $\Theta_\delta$ .

Výsledné vztahy jsou výsledkem minimalizace uvedeného kvadratického kritéria a použití věty o inverzi matic. Úpravami [3], [4] lze získat konečný tvar výpočtu optimálního odhadu parametrů, který je možné použít pro rekurzivní identifikaci, viz vzorce (21), (22).

$$\Theta_\delta(k) = \Theta_\delta(k-1) + \gamma(k-1)\mathbf{C}(k-1)\Phi_\delta(k-1) [y_\delta(k) - \Phi_\delta^T(k-1)\Theta_\delta(k-1)] \quad (21)$$

Kovarianční matice odhadu je

$$\mathbf{C}(k) = \mathbf{C}(k-1) - \mathbf{C}(k-1)\Phi_\delta(k-1) \gamma(k-1)\Phi_\delta^T(k-1)\mathbf{C}(k-1) \quad (22)$$

kde  $\gamma(k-1)$  je skalární veličina definovaná vztahem

$$\gamma(k-1) = [1 + \Phi_s^T(k-1)C(k-1)\Phi_s(k-1)]^{-1} \quad (23)$$

$\Theta_s(k)$  nový odhad parametrů,  $\Theta_s(k-1)$  starý odhad parametrů,  $K(k)$  vektor zesílení daný vztahem

$$K(k) = \gamma(k-1)C(k-1)\Phi_s(k-1) \quad (24)$$

Tento algoritmus identifikace však podle [5] není příliš vhodný a proto byly odvozeny účinnější algoritmy.

### 3.1 Selektivní vážení dat

Při selektivním vážení dat se posuzuje obsah informace v jednotlivých datech na základě specifikovaného kritéria. Jako výchozí kritérium zde bude uvažován vztah

$$J = \sum_{k=1}^N \varphi(k) [y_s(k) - \Theta_s^T \Phi_s(k-1)]^2 \quad (25)$$

kde  $\varphi(k)$  je posloupnost váhových koeficientů, kterými jsou vážená data podle jejich aktuálního informačního obsahu. Výsledné vztahy pro výpočet odhadu parametrů potom získávají tvar

$$\Theta_s(k) = \Theta_s(k-1) + \frac{\varphi(k)C(k-1)\Phi_s(k-1)}{1 + \varphi(k)\Phi_s^T(k-1)C(k-1)\Phi_s(k-1)} \cdot [y_s(k) - \Phi_s^T(k-1)\Theta_s(k-1)] \quad (26)$$

$$C(k) = C(k-1) - \frac{\varphi(k)C(k-1)\Phi_s(k-1)\gamma(k-1)\Phi_s^T(k-1)C(k-1)}{1 + \varphi(k)\Phi_s^T(k-1)C(k-1)\Phi_s(k-1)} \quad (27)$$

Vlastnosti algoritmu záleží na konkrétní volbě posloupnosti  $\varphi(k)$  pro  $k=1;2\dots$

Jestliže uvažujeme chyby měření veličiny  $y_s(k)$ , jednou z možností, jak vytvořit posloupnost hodnot  $\varphi(k)$ , by bylo vybírat  $\varphi(k)$  úměrně převrácené absolutní hodnotě chyby měření. Zvyšováním váhy měření  $\varphi(k)$  přechází v limitním případě uvedený algoritmus na ortogonalizovaný projekční algoritmus. Takový výběr vah je extrémní případ. Proto byly navrženy některé reálnější způsoby vážení dat na základě veličiny  $\Phi_s^T(k-1)C(k-1)\Phi_s(k-1)$ .

$$\Phi_s^T(k-1)C(k-1)\Phi_s(k-1) \geq \varepsilon \Rightarrow \varphi(k) = \varphi_1 \quad (28)$$

$$\Phi_s^T(k-1)C(k-1)\Phi_s(k-1) < \varepsilon \Rightarrow \varphi(k) = \varphi_2 \quad (29)$$

pro zvolené  $\varepsilon > 0$  a  $\varphi_1 \gg \varphi_2 > 0$ .

Nebo

$$\Phi_s^T(k-1)\Phi_s(k-1) \neq 0 \Rightarrow \varphi(k) = \frac{\Phi_s^T(k-1)C(k-1)\Phi_s(k-1)}{\Phi_s^T(k-1)\Phi_s(k-1)} \quad (30)$$

$$\Phi_s^T(k-1)\Phi_s(k-1) = 0 \Rightarrow \varphi(k) = 1 \quad (31)$$

Uvedené dva způsoby vážení jsou úsilím o vážení dat podle jejich aktuálního informačního obsahu.

### 3.2 Exponenciální zapominání dat

Tato metoda vychází z předpokladu, že nová data vystihují systém lépe než data stará, proto tedy jsou zde starší data násobena menšími váhovými koeficienty, aby nová data co nejvíce ovlivnila aktuální odhady parametrů. Metoda vychází z kritéria

$$J = \sum_{i=k}^k \varphi_e^{(k-i)} [y_s(k) - \Theta_s^T \Phi_s(k-1)]^2 \quad (32)$$

kde  $\varphi_e$  je faktor exponenciálního zapominání, volí se z intervalu  $0 < \varphi_e < 1$ . Pro  $\varphi_e = 1$  mají všechna data stejnou váhu a algoritmus se zjednoduší na obecnou metodu nejmenších čtverců. Velká hodnota  $\varphi_e$  (blízká jedničce) zlepšuje kvalitu identifikačního procesu v případě, že neznámé parametry jsou konstanty. Malá hodnota  $\varphi_e$  zvyšuje rychlost algoritmu, ale na úkor přesnosti, a je vhodná, mění-li se parametry soustavy.

Výsledné vztahy potom získávají tvar

$$\Theta_s(k) = \Theta_s(k-1) + \frac{C(k-1)\Phi_s(k-1)}{\varphi_e + \Phi_s^T(k-1)C(k-1)\Phi_s(k-1)} \cdot [y_s(k) - \Phi_s^T(k-1)\Theta_s(k-1)] \quad (33)$$

$$C(k) = \frac{1}{\varphi_e} \left[ C(k-1) - \frac{C(k-1)\Phi_s(k-1)\Phi_s^T(k-1)C(k-1)}{\varphi_e + \Phi_s^T(k-1)C(k-1)\Phi_s(k-1)} \right] \quad (34)$$

### 3.3 Směrové zapominání dat

Jak dále uvádí [5], byl v ÚTIA ČSAV navržen exaktnější algoritmus, při němž se standardní exponenciální zapominání aplikuje jen na složku údajů přinášející novou informaci. Místo rekurzivního vztahu (34) algoritmus vede k jinému výpočtu matice  $C(k)$ . Je-li  $\Phi_s^T(k-1)C(k-1)\Phi_s(k-1) > 0$ , čtvercová kovarianční matice  $C(k)$  je aktualizována podle vztahu

$$C(k) = C(k-1) - \frac{C(k-1)\Phi_s(k-1)\Phi_s^T(k-1)C(k-1)}{\varepsilon^{-1}(k) + \xi(k-1)} \quad (35)$$

kde

$$\varepsilon(k) = \varphi(k) - \frac{1 - \varphi(k)}{\Phi_s^T(k-1)C(k-1)\Phi_s(k-1)} \quad (36)$$

$$\xi(k) = \Phi_s^T(k-1)C(k-1)\Phi_s(k-1) \quad (37)$$

Jestliže  $\xi(k-1) = 0$ , pak

$$C(k) = C(k-1) \quad (38)$$

Jestliže  $\xi(k-1) > 0$ , je hodnota adaptivního směrového zapominání  $\varphi(k)$  počítána v každé periodě vzorkování podle vztahu

$$\varphi(k) = \left\{ 1 + (1 + \rho) [\ln(1 + \xi(k-1))] + \left[ \frac{v(k-1) + \eta(k-1)}{1 + \xi(k-1) + \eta(k-1)} - 1 \right] \frac{\xi(k-1)}{1 + \xi(k-1)} \right\}^{-1} \quad (39)$$

kde

$$\eta(k) = \frac{[y_s(k) - \Theta_s^T \Phi_s(k-1)]^2}{\lambda(k)} \quad (40)$$

$$v(k) = \varphi(k) [v(k-1) + 1] \quad (41)$$

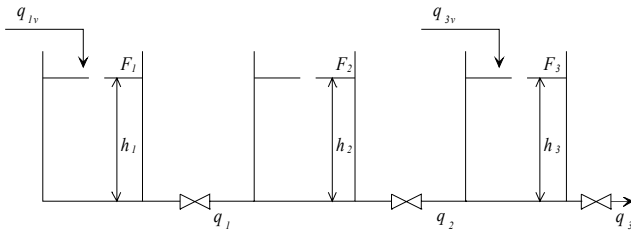
$$\lambda(k) = \varphi(k) \left[ \lambda(k-1) + \frac{[y_s(k) - \Theta_s^T \Phi_s(k-1)]^2}{1 + \xi(k-1)} \right] \quad (42)$$

jsou pomocné proměnné. Pro start algoritmu je nutné zadat vhodné počáteční podmínky. Jak [5] uvádí, nejvhodnější podmínky by měly mít následující hodnoty: kovarianční matice  $C_s(0) = 10^3$ , počáteční hodnoty faktoru směrového zapominání  $\varphi(0) = 1$  a pomocné proměnné  $\lambda(0) = 10^{-3}$ ,  $v(0) = 10^{-6}$ ,  $\rho = 0,99$ . Současně počáteční odhad vektoru parametrů se volí na základě informace. Zde si ale v prak-

tické části ukážeme, že ne vždy jsou tyto počáteční podmínky nevhodnější.

#### 4. Příklad

Je dán spojitý MIMO matematický model reálného systému tří spojených zásobníků DTS200,



Obr.1 Schéma systému DTS200

kteří je podrobně popsán a odvozen [6] v komplexní oblasti ve tvaru

$$\mathbf{A}(s)\mathbf{Y}(s) = \mathbf{B}(s)\mathbf{U}(s) \quad (43)$$

kde

$$\mathbf{A}(s) = \begin{pmatrix} s^2 + a_{11}s + a_{01} & a_{12}s + a_{02} \\ a_{03} & s + a_{04} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{B}(s) = \begin{pmatrix} b_{01} & 0 \\ 0 & b_{04} \end{pmatrix}$$

Vzhledem k asociaci komplexní proměnné  $\gamma$  a operátoru  $\delta$  je vhodné ihned převést spojitý model (43) náhradou komplexní proměnné  $s$  za operátor  $\delta$  na delta model obecného tvaru.

$$\mathbf{A}'(\delta)\mathbf{y}(k) = \mathbf{B}'(\delta)\mathbf{u}(k) \quad (44)$$

kteřeho parametry se blíží parametrům spojitého modelu a polynomiální matice  $\mathbf{A}'(\delta)$  a  $\mathbf{B}'(\delta)$  mají identickou strukturu jako matice  $\mathbf{A}(s)$  a  $\mathbf{B}(s)$ , jak je zmíněno v kapitole 2.

$$\mathbf{A}'(\delta) = \begin{pmatrix} \delta^2 + a'_{11}\delta + a'_{01} & a'_{12}\delta + a'_{02} \\ a'_{03} & \delta + a'_{04} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{B}'(\delta) = \begin{pmatrix} b'_{01} & 0 \\ 0 & b'_{04} \end{pmatrix}$$

Nyní se maticový zápis delta modelu (44) opiše v rozšířeném tvaru,

$$\begin{aligned} (\delta^2 + a_{11}\delta + a_{01})y_1(k) + (a_{12}\delta + a_{02})y_2(k) &= b_{01}u_1(k) \\ a_{03}y_1(k) + (\delta + a_{04})y_2(k) &= b_{04}u_2(k) \end{aligned} \quad (45)$$

kteří se pro delta identifikaci rozdělí na dva samostatné subsystemy.

##### 4.1 První subsystem

$$\delta^2 y_1(k) = -a'_{03} \delta y_1(k) - a'_{01} y_1(k) - a'_{12} \delta y_2(k) - a'_{02} y_2(k) + b'_{01} u_1(k) \quad (46)$$

kde vektor parametrů je

$$\Theta_{\delta}^T(k) = (a'_{11}; a'_{01}; a'_{12}; a'_{02}; b'_{01}) \quad (47)$$

a vektor dat dle (10) a (11) pro  $n=2$  a  $m=1$

$$\Phi_{\delta}^T(k-1) = \begin{pmatrix} -\frac{y_1(k-1) - y_1(k-2)}{T_0}; -y_1(k-2); \\ -\frac{y_2(k-1) - y_2(k-2)}{T_0}; \\ -y_2(k-2); u_1(k-2) \end{pmatrix} \quad (48)$$

##### 4.2 Druhý subsystem

$$\delta y_2(k) = -a'_{03} y_1(k) - a'_{04} y_2(k) + b'_{04} u_2(k) \quad (49)$$

kde vektor parametrů je

$$\Theta_{\delta}^T(k) = (a'_{03}; a'_{04}; b'_{04}) \quad (50)$$

a vektor dat dle (10) a (11) pro  $n=1$  a  $m=1$

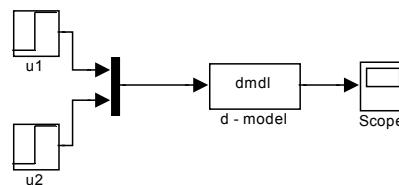
$$\Phi_{\delta}^T(k-1) = (-y_1(k-1); -y_2(k-1); u_2(k-1)) \quad (51)$$

Pozn: Tyto subsystemy se nezávisle identifikují vhodnou metodou a výsledné vektory parametrů každého z nich se dosadí zpět do delta MIMO modelu (45)

#### 5. Simulace

Pro účel článku byla každá metoda rekurzivní identifikace simulována v prostředí MATLAB Simulink. Pro jednotlivé metody byly naprogramovány funkce SEDAW (Selective Data Weighting), EXDAFO (Exponential Data Forgetting) a DIDAFO (Direction Data Forgetting). Simulace byla provedena za opakovatelných podmínek tak, aby co nejlépe vstihla rozdíly mezi jednotlivými metodami. Pro identifikaci byl použit matematický model delta MIMO systému (45), který současně popisuje reálný systém tří spojených zásobníků DTS200 [6]. Ověřování algoritmů identifikace je prováděno opakovaně za různých specifik jak na ideální přechodové charakteristice systému DTS200 (značené jako Original system), tak i na reálné, která je zatížena značným šumem (značené jako Real system).

Každé nově identifikované parametry systému jsou zpětně dosazeny do  $\delta$ -modelu a jeho přechodová charakteristika (značené jako System of identification) simulována za stejných podmínek jako byl vytvořen originální přenos pomocí modelu



Obr.2 Delta model pro simulaci a ověřování identifikovaných parametrů

Tyto dvě různé charakteristiky byly následně graficky a matematicky porovnány. Pro matematické porovnání kvality identifikace nám posloužil vztah

$$J = \sum_{i=0}^N [y_{\delta}(i) - y_{\delta\delta}(i)]^2 \quad (52)$$

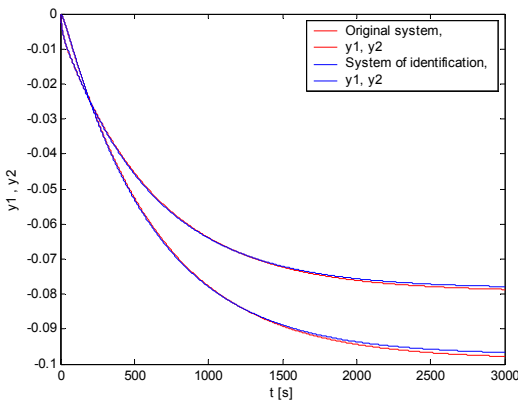
kde  $y_{\delta}(i)$  je původní (originální) přenos a  $y_{\delta\delta}(i)$  je přenos identifikovaného systému.

##### 5.1 Metoda SEDAW

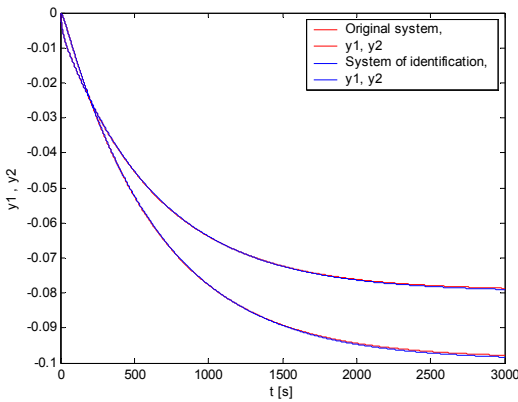
Následující zveřejněné experimenty byly provedeny za těchto podmínek:

- Experiment SEDAW 1: Počáteční parametry  $\Theta_{1\delta}^T = (0.01 \ 0.02 \ 0.01 \ 0.02 \ 0.01)$ ;  $\Theta_{2\delta}^T = (0.01 \ 0.02 \ 0.01)$ ;  $CI_{ii}(0) = 10^7$ ;  $C2_{ii}(0) = 10^7$ . Výsledek kvality identifikace  $J_1 = 0.0062$ ;  $J_2 = 0.0125$

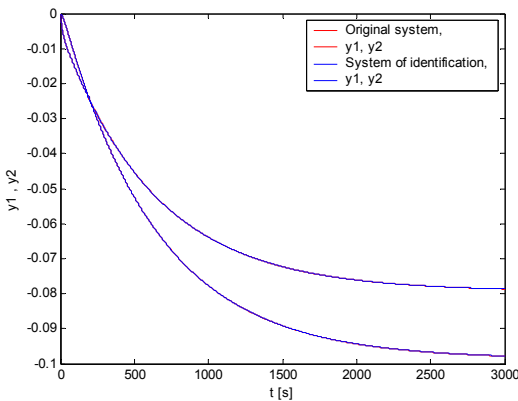
- Experiment SEDAWE 2: Počáteční parametry  $\Theta_{18}^T=(1 \ 2 \ 1 \ 2 \ 1)$ ;  $\Theta_{28}^T=(1 \ 2 \ 1)$ ;  $CI_{ii}(0)=10^7$ ;  $C2_{ii}(0)=10^7$ . Výsledek kvality identifikace  $J_1=0.0011$ ;  $J_2=0.0023$
- Experiment SEDAWE 3: Počáteční parametry  $\Theta_{18}^T=(0.1 \ 0.2 \ -0.1 \ -0.02 \ 0.01)$ ;  $\Theta_{28}^T=(0.1 \ 0.2 \ -0.1)$ ;  $CI_{ii}(0)=10^7$ ;  $C2_{ii}(0)=10^7$ . Výsledek kvality identifikace  $J_1=4.4742e-006$ ;  $J_2=9.0147e-006$
- Experiment SEDAWE 4: Počáteční parametry  $\Theta_{18}^T=(0.1 \ 0.2 \ -0.1 \ -0.02 \ 0.01)$ ;  $\Theta_{28}^T=(0.1 \ 0.2 \ -0.1)$ ;  $CI_{ii}(0)=10^7$ ;  $C2_{ii}(0)=10^7$ . Výsledek kvality identifikace  $J_1=1.3432e+176$ ;  $J_2=2.1195e+176$
- Experiment SEDAWE 5: Počáteční parametry  $\Theta_{18}^T=(0.1 \ 0.2 \ -0.1 \ -0.02 \ 0.01)$ ;  $\Theta_{28}^T=(0.1 \ 0.2 \ -0.1)$ ;  $CI_{ii}(0)=10^3$ ;  $C2_{ii}(0)=10^3$ ;  $step=50$ . Výsledek kvality identifikace  $J_1=2.1127$ ;  $J_2=4.2500$



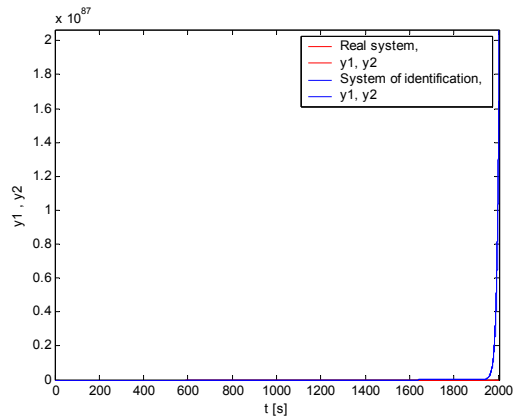
Obr.3 Experiment SEDAWE 1



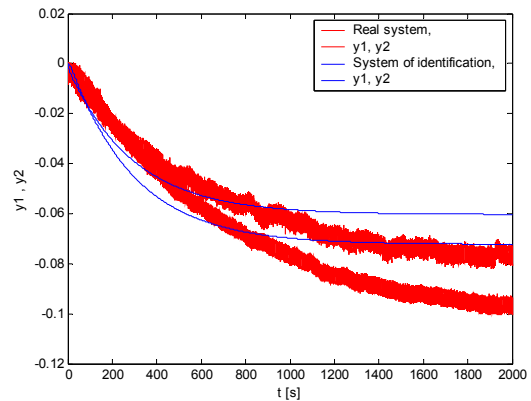
Obr.4 Experiment SEDAWE 2



Obr.5 Experiment SEDAWE 3



Obr.6 Experiment SEDAWE 4

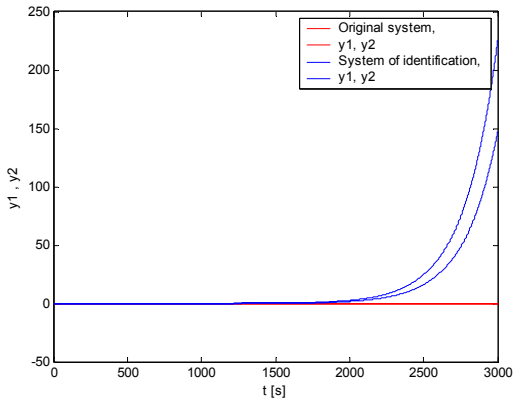


Obr.7 Experiment SEDAWE 5

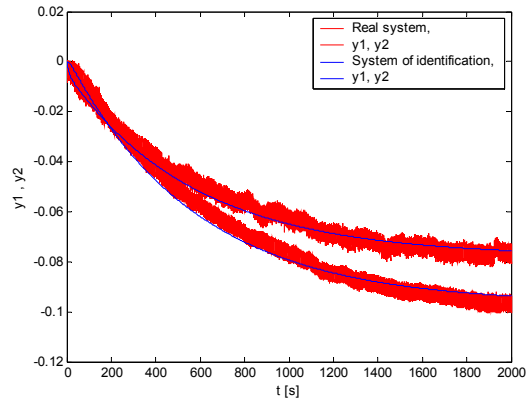
### 5.2 Metoda EXDAFO

Následující zveřejněné experimenty byly provedeny za těchto podmínek:

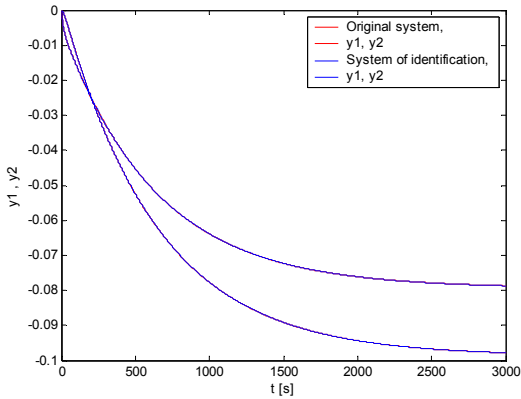
- Experiment EXDAFO 1: Počáteční parametry  $\Theta_{18}^T=(0.01 \ 0.02 \ 0.01 \ 0.02 \ 0.01)$ ;  $\Theta_{28}^T=(0.01 \ 0.02 \ 0.01)$ ;  $CI_{ii}(0)=10^7$ ;  $C2_{ii}(0)=10^7$ ;  $\varphi_e=1$ . Výsledek kvality identifikace  $J_1=2.4399e+007$ ;  $J_2=5.7297e+007$
- Experiment EXADFO 2: Počáteční parametry  $\Theta_{18}^T=(1 \ 2 \ 1 \ 2 \ 1)$ ;  $\Theta_{28}^T=(1 \ 2 \ 1)$ ;  $CI_{ii}(0)=10^7$ ;  $C2_{ii}(0)=10^7$ ;  $\varphi_e=1$ . Výsledek kvality identifikace  $J_1=3.5913e-006$ ;  $J_2=7.3539e-006$
- Experiment EXDAFO 3: Počáteční parametry  $\Theta_{18}^T=(0.1 \ 0.2 \ -0.1 \ -0.02 \ 0.01)$ ;  $\Theta_{28}^T=(0.1 \ 0.2 \ -0.1)$ ;  $CI_{ii}(0)=10^7$ ;  $C2_{ii}(0)=10^7$ ;  $\varphi_e=1$ . Výsledek kvality identifikace  $J_1=9.1225e-008$ ;  $J_2=1.8482e-007$
- Experiment EXDAFO 4: Počáteční parametry  $\Theta_{18}^T=(0.1 \ 0.2 \ -0.1 \ -0.02 \ 0.01)$ ;  $\Theta_{28}^T=(0.1 \ 0.2 \ -0.1)$ ;  $CI_{ii}(0)=10^7$ ;  $C2_{ii}(0)=10^7$ ;  $\varphi_e=1$ . Výsledek kvality identifikace  $J_1=6.8221$ ;  $J_2=12.5538$
- Experiment EXDAFO 5: Počáteční parametry  $\Theta_{18}^T=(0.1 \ 0.2 \ -0.1 \ -0.02 \ 0.01)$ ;  $\Theta_{28}^T=(0.1 \ 0.2 \ -0.1)$ ;  $CI_{ii}(0)=10^3$ ;  $C2_{ii}(0)=10^3$ ;  $\varphi_e=1$ ;  $step=100$ . Výsledek kvality identifikace  $J_1=0.2064$ ;  $J_2=0.2852$



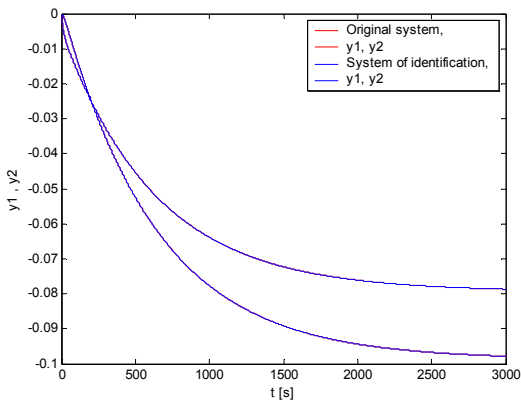
Obr.8 Experiment EXDAFO 1



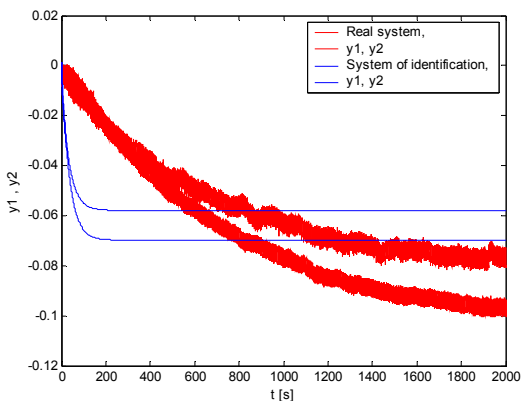
Obr.12 Experiment EXDAFO 5



Obr.9 Experiment EXDAFO 2



Obr.10 Experiment EXDAFO 3

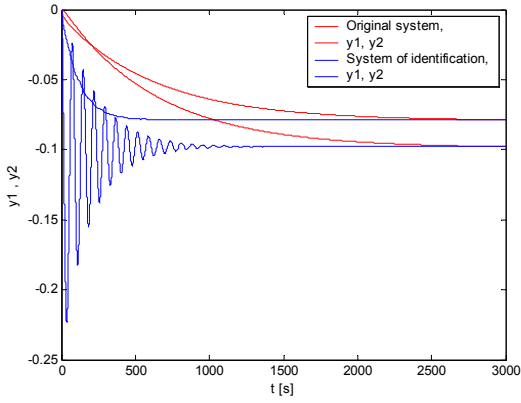


Obr.11 Experiment EXDAFO 4

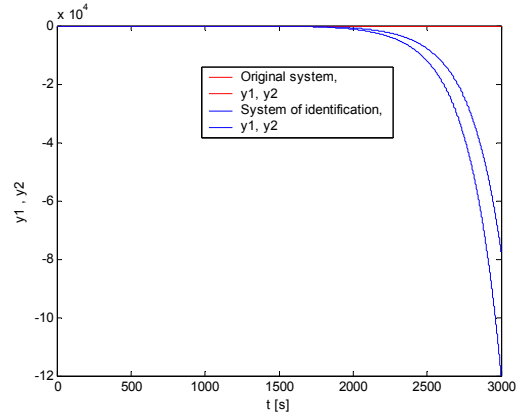
### 5.3 Metoda DIDAFO

Následující zveřejněné experimenty byly provedeny s za následujících podmínek. Pokud není uvedeno jinak jsou použity počáteční podmínky z kapitoly 3.3

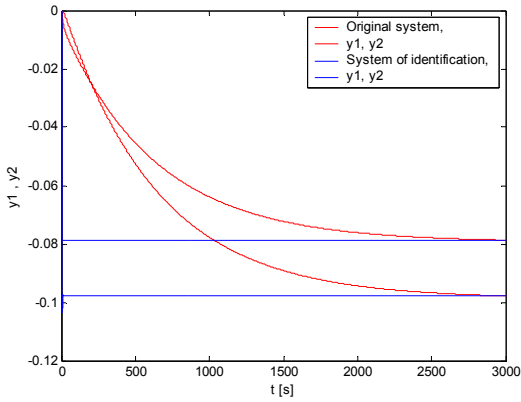
1. Experiment DIDAFO 1: Počáteční parametry  $\Theta_{1\delta}^T=(0.01 \ 0.02 \ 0.01 \ 0.02 \ 0.01)$ ;  $\Theta_{2\delta}^T=(0.01 \ 0.02 \ 0.01)$ . Výsledek kvality identifikace  $J_1=9.5408$ ;  $J_2=45.0957$
2. Experiment DIDAFO 2: Počáteční parametry  $\Theta_{1\delta}^T=(1 \ 2 \ 1)$ ;  $\Theta_{2\delta}^T=(1 \ 2 \ 1)$ . Výsledek kvality identifikace  $J_1=17.1283$ ;  $J_2=31.2768$
3. Experiment DIDAFO 3: Počáteční parametry  $\Theta_{1\delta}^T=(0.1 \ 0.2 \ -0.1 \ -0.02 \ 0.01)$ ;  $\Theta_{2\delta}^T=(0.1 \ 0.2 \ -0.1)$ . Výsledek kvality identifikace  $J_1=16.2531$ ;  $J_2=30.5005$
4. Experiment DIDAFO 4: Počáteční parametry  $\Theta_{1\delta}^T=(0.1048 \ 0.0088 \ -0.1072 \ -0.0115 \ 0.0020)$ ;  $\Theta_{2\delta}^T=(-0.0361 \ 0.0509 \ -0.0234)$ . Výsledek kvality identifikace  $J_1=0.9466$ ;  $J_2=1.8571$
5. Experiment DIDAFO 5: Počáteční parametry  $\Theta_{1\delta}^T=(0.01 \ 0.02 \ 0.01 \ 0.02 \ 0.01)$ ;  $\Theta_{2\delta}^T=(0.01 \ 0.02 \ 0.01)$ ;  $CI_{ii}(0)=10^7$ . Výsledek kvality identifikace  $J_1=6.5184e+012$ ;  $J_2=1.5646e+013$
6. Experiment DIDAFO 6: Počáteční parametry  $\Theta_{1\delta}^T=(1 \ 2 \ 1)$ ;  $\Theta_{2\delta}^T=(1 \ 2 \ 1)$ ;  $CI_{ii}(0)=10^7$ ;  $CI_{ii}(0)=10^7$ . Výsledek kvality identifikace  $J_1=2.6204$ ;  $J_2=4.8803$
7. Experiment DIDAFO 7: Počáteční parametry  $\Theta_{1\delta}^T=(0.1 \ 0.2 \ -0.1 \ -0.02 \ 0.01)$ ;  $\Theta_{2\delta}^T=(0.1 \ 0.2 \ -0.1)$ ;  $CI_{ii}(0)=10^7$ ;  $CI_{ii}(0)=10^7$ . Výsledek kvality identifikace  $J_1=3.2974$ ;  $J_2=6.4465$
8. Experiment DIDAFO 8: Počáteční parametry  $\Theta_{1\delta}^T=(0.1048 \ 0.0088 \ -0.1072 \ -0.0115 \ 0.0020)$ ;  $\Theta_{2\delta}^T=(-0.0361 \ 0.0509 \ -0.0234)$ ;  $CI_{ii}(0)=10^7$ ;  $CI_{ii}(0)=10^7$ . Výsledek kvality identifikace  $J_1=0.0139$ ;  $J_2=0.0276$
9. Experiment DIDAFO 9: Počáteční parametry  $\Theta_{1\delta}^T=(0.1048 \ 0.0088 \ -0.1072 \ -0.0115 \ 0.0020)$ ;  $\Theta_{2\delta}^T=(-0.0361 \ 0.0509 \ -0.0234)$ ;  $CI_{ii}(0)=10^7$ ;  $CI_{ii}(0)=10^7$ ;  $step=100$ . Výsledek kvality identifikace  $J_1=13.8405$ ;  $J_2=29.3730$



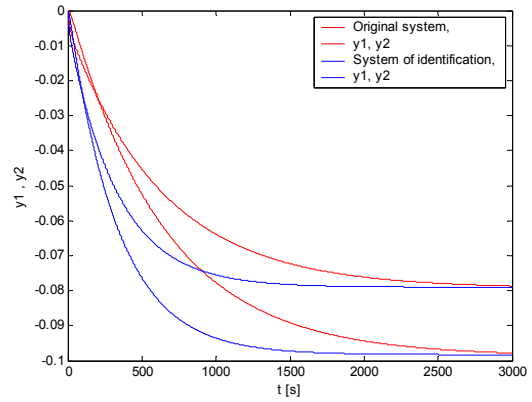
Obr.13 Experiment DIDAFO 1



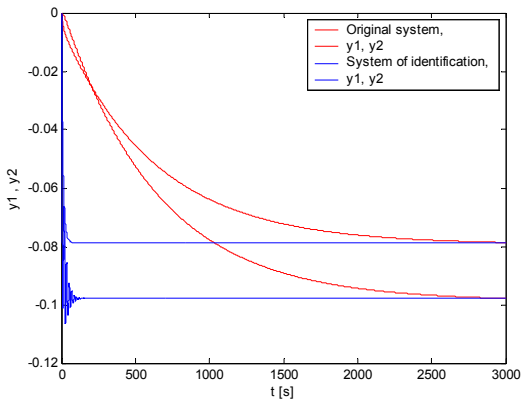
Obr.17 Experiment DIDAFO 5



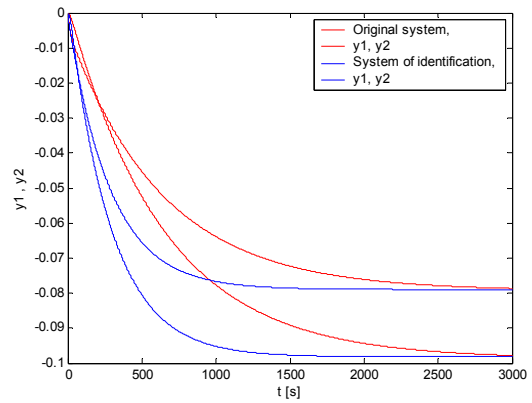
Obr.14 Experiment DIDAFO 2



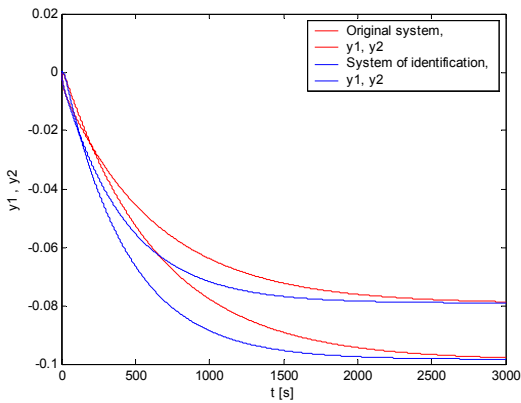
Obr.18 Experiment DIDAFO 6



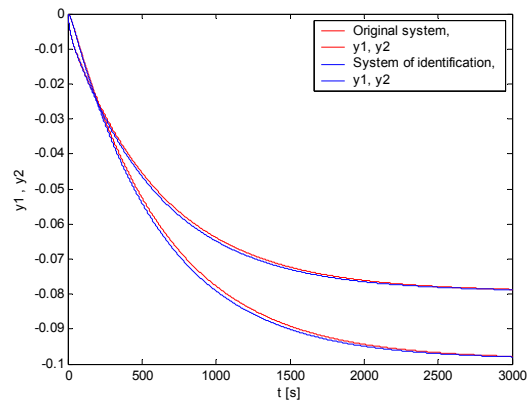
Obr.15 Experiment DIDAFO 3



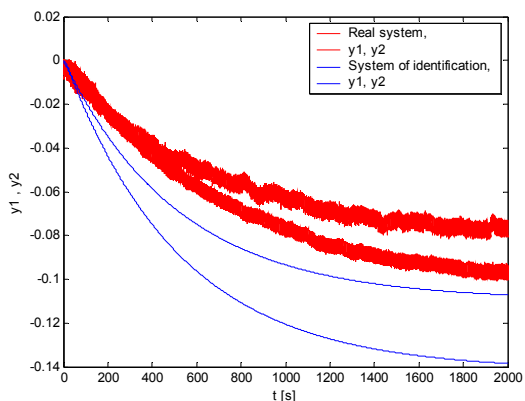
Obr.19 Experiment DIDAFO 7



Obr.16 Experiment DIDAFO 4



Obr.20 Experiment DIDAFO 8



Obr.21 Experiment DIDAFO 9

## Závěr

V tomto článku byl rozebrán možný způsob jak přistupovat k rekurzivní delta identifikaci MIMO systémů. Pro tuto identifikaci byly odvozeny patřičné algoritmy třemi možnými metodami. Selektivní vážení dat, exponenciální zapominání dat a směrové zapominání dat. Všechny tyto tři metody vycházejí z hlavní metody a to metody nejmenších čtverců za využití modelu ARX. V konečné fázi tohoto článku jsou metody vzájemně porovnány ve dvou provedení. V prvním provedení jsou algoritmy identifikace testovány na ideálním MIMO systému DTS200 a v druhém provedení jsou tytéž algoritmy testovány na reálném MIMO systému DTS200 zatíženého šumem.

Nejprve se zaměříme na identifikaci ideálního MIMO systému. Z výsledků grafických i matematických lze usuzovat, že nejlepší metodou rekurzivní identifikace se jeví selektivní vážení dat, která nečinila komplikace ani u jedné kombinace počátečních parametrů. Z grafů (Obr.4) a (Obr.5) je patrné, že průběhy ideálního MIMO systému (Original system) korespondují s průběhy identifikovaného systému.

Nyní se zaměříme na identifikaci reálného MIMO systému. Snahou bylo použít výchozí nastavení identifikace, která nejlépe korespondovala pro ideální systém. Jak se ukázalo, nepodařilo se prokázat, že toto nastavení je vhodné i pro reálný systém. Navíc šum velmi výrazně ovlivňuje kvalitu identifikace, což je značný problém. Snaha o snížení vlivu šumu vedla k experimentu, kdy do identifikace vstupoval pouze každý  $n$ -tý vzorek označen jako *step*. Samozřejmě se při volbě *step* musí brát v úvahu dynamika soustavy a perioda vzorkování tak, aby nebyla ztracena objektivnost signálu. Výsledky tohoto experimentu demonstrují grafy (Obr.4), (Obr.12) a (Obr.21). Jako nejlepší metoda se nyní jeví Exponenciální zapominání dat.

Zvláštní odstavec je věnován směrovému zapominání dat. Tato metoda se projevila jako velice komplikovaná a náročná na nastavení počátečních podmínek. Těmi se rozumí i počáteční odhady parametrů. Ty dokáží výrazně změnit kvalitu identifikace aniž by byly změněny počáteční podmínky. Kvalitu identifikace také značně ovlivní i nastavení kovarianční matice. Další komplikací je záporná hodnota  $\xi$ , která se projeví během identifikace reálného systému. Tím je identifikace znemožněna. Do značné míry se tomu dá opět předejít užitím experimentu z předchozího odstavce (*step*), což dokazuje experiment viz. graf (Obr.21).

Uvedené klasické příklady identifikace metodou nejmenších čtverců za využití ARX jsou postačující pouze pokud identifikují systém z čistého nebo mírně zašumělého signálu. Pro zašumělý signál se zde nejlépe projevila identifikace exponenciálního zapominání dat viz (Obr.12). Podstatou  $\delta$

modelu je pracovat s malou periodou vzorkování. Proto vliv šumu na delta identifikaci sílí, zvláště při malé dynamice systému. Možný způsob jak se vypořádat s tímto šumem již uvádí ve své práci [7]: „Problém lze odstranit použitím jiných složitějších typů modelů, např. modelu ARMAX (AutoRegressive Moving Average with exogenous input), model OE (Output error Model). Případně je potřeba použít pro odhad parametrů modelů jiných identifikačních procedur, např. Metodu instrumentální proměnné (Instrumental Variable Method), která se používá pro odhad parametrů modelu ARX. pro odhad parametrů ARMAX lze použít rozšířenou metodu nejmenších čtverců (Extended Least Square Method), popř. metodu predikčních chyb (Predictor Error Method).“

Závěrem chci shrnout, že použité algoritmy se příliš neosvědčily při delta identifikaci reálného systému. Z toho důvodu bych se v další práci chtěl spíše zaměřit na návrh vhodného filtru, který by se dal zavést přímo do algoritmu identifikace a pokusil se tak vyřešit problémy spjaté s touto identifikací a šumem.

## Poděkování

Tato práce byla zpracována s podporou VZ MŠM 7088352101 v rámci doktorandského studia na Univerzitě Tomáše Bati ve Zlíně, Fakultě aplikované Informatiky, Ústavu řízení procesů.

## Literatura

- [1] MIDDLETON, R.H., GOODWIN, G.C. (1990). *Digital Control and Estimation – A Unified Approach*. Englewood Cliffs: Prentice Hall.
- [2] DOSTÁL, P., BOBÁL, V., GAZDOŠ, F. (May 19-21, 2003). Continuous-time adaptive control of MIMO nonlinear process using delta model parameter estimation. In: *Proceedings of the IASTED International Conference on Circuits, Signals and Systems*. Mexico, Cancun, s. 23-28
- [3] BOBÁL, V., BÖHM, J., PROKOP, R., FESSL, J. (1999). *Praktické aspekty samočinně se nastavujících regulátorů: algoritmy a implementace*. VUT Brno: VUTIU, s. 242, ISBN 80-214-1299-2
- [4] MUKHOPADHYAY, A., PATRA, A., RAO, G. P. (1992). New class of discrete-time models for continuous-time systems. In: *International Journal of Control*, No.5, s. 1161-1187
- [5] SYSEL, M., BOBÁL, V. (2003). Moderní metody řízení II: identifikace delta modelů a její využití pro adaptivní regulaci. In: *Automa*, No.5, s. 55-58
- [6] DOKOUPIL, R. (2006). *Adaptivní řízení nelineárního systému se dvěma vstupy a dvěma výstupy*. Diplomová práce. UTB, Zlín.
- [7] NAVRÁTIL, P., BOBÁL, V. (2005). *Adaptivní řízení tří nádrží v prostředí MatLab&Simulink*, UTB, Zlín
- [8] STERICKER, D. L., SINHA, N. K., Identification of continuous-time systems from samples of input-output data using the  $\delta$ -operator, *Control-Theory and Advanced Technology*, 9, 1993, 113-125.

## Abstract

This contribution presents a potential way and procedure how make algorithm for recursive delta identification of



multi-input multi-output system with the help of three identification methods. These methods are Selective data weighting, Exponential data forgetting and Direction data forgetting, which use ARX model. Operative algorithms, which are tested in MATLAB, also are part of the article. There are mutually compared the methods in conclusion at a model of three connect reservoir DTS200 at ideal and real conditions.

**Ing. Radek Dokoupil**

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky  
Ústav řízení procesů  
Nad Stráněmi 4511  
760 05 Zlín  
Fax.: +420 57 603 2719  
E-mail: dokoupil@fai.utb.cz